

SLUD 2006

Resolver problemas con Máxima
In memoriam William Schelter

Robert Dodier
Proyecto Máxima

Libero este documento por el
GNU General Public License version 2

Características generales de Máxima

Toda cosa es una expresión (casi todas)

Máxima = colección de funciones para transformar expresiones

Soluciones perezosas y la actitud “laissez faire”

Distinguir entre evaluación y simplificación

Máxima como calculador perezoso

```
(%i1) F : m * a;
```

```
(%o1)          a m
```

```
(%i2) a : 9.81;
```

```
(%o2)          9.81
```

```
(%i3) F;
```

```
(%o3)          a m
```

```
(%i4) ''F;
```

```
(%o4)          9.81 m
```

```
(%i5) S : sum (g(i, x), i, 0, 6);
```

```
(%o5) g(6, x) + g(5, x) + g(4, x) + g(3, x) + g(2, x) + g(1, x) + g(0, x)
```

```
(%i6) g(i, x) := x^i / i!;
```

```
(%o6)          i  
          x  
g(i, x) := --  
          i!
```

(%i7) ''S;

$$\begin{array}{cccccc} & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ x & x & x & x & x & \\ \text{---} & + & \text{---} & + & \text{--} & + & \text{--} & + & x & + & 1 \\ 720 & & 120 & & 24 & & 6 & & 2 & & \end{array}$$

(%i8) x : 1;

(%o8)

1

(%i9) ''S;

1957

(%o9)

720

(%i10) '', numer;

(%o10)

2.718055555555555

(%i11) %e, numer;

(%o11)

2.718281828459045

Definición de funciones

```
(%i1) F (m, a) := m * a;
(%o1)          F(m, a) := m a
(%i2) F (100, 9.81);
(%o2)          981.0
(%i3) F (100, g);
(%o3)          100 g
(%i4) apply (F, [100, g]);
(%o4)          100 g
(%i5) L1 : [100, 200, 300];
(%o5)          [100, 200, 300]
(%i6) L2 : [a, b, c];
(%o6)          [a, b, c]
(%i7) map (F, L1, L2);
(%o7)          [100 a, 200 b, 300 c]
```

Función sin nombre: **lambda** — Máxima reconoce a funciones sin nombre en algunos contextos en los que se espere una función

```
(%i1) L1 : [100, 200, 300];
(%o1)          [100, 200, 300]
(%i2) L2 : [a, b, c];
(%o2)          [a, b, c]
(%i3) map (lambda ([m, a], m * a), L1, L2);
(%o3)          [100 a, 200 b, 300 c]
(%i4) apply (lambda ([m, a], m * a), [1234, x + u]);
(%o4)          1234 (x + u)
```

Gráficos

Máxima puede hacer gráficos de 2 o 3 dimensiones

plot2d(*expr*, [*x*, *a*, *b*]) — hacer un gráfico de *expr* de variable *x* entre límites *a* y *b*

plot2d([**discrete**, *x*, *y*]) — hacer un gráfico de datos discretos, en las listas *x* y *y*

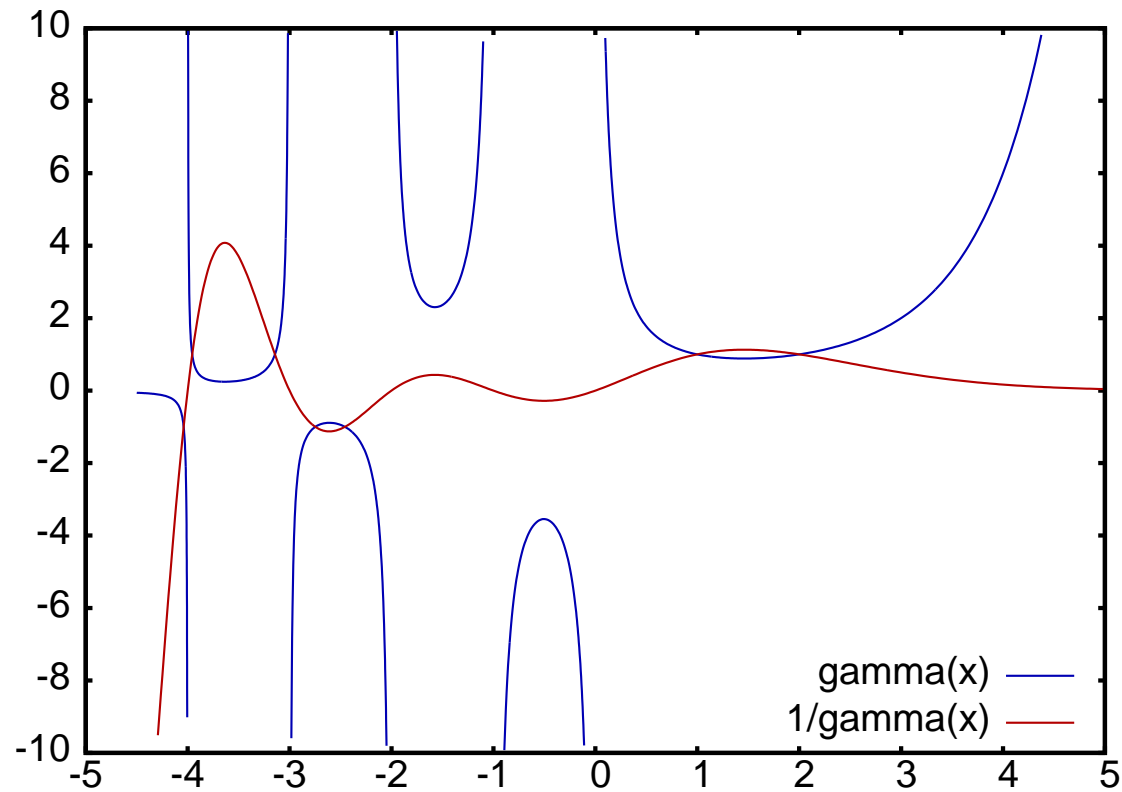
plot3d — gráficos de 3 dimensiones

Se puede elegir entre formatos — Gnuplot o Openmath (Tcl/Tk)

Para hacer gráficos, hay varias opciones arcanas. Se refiere a la documentación.

Ejemplo de gráfico 2-dimensional

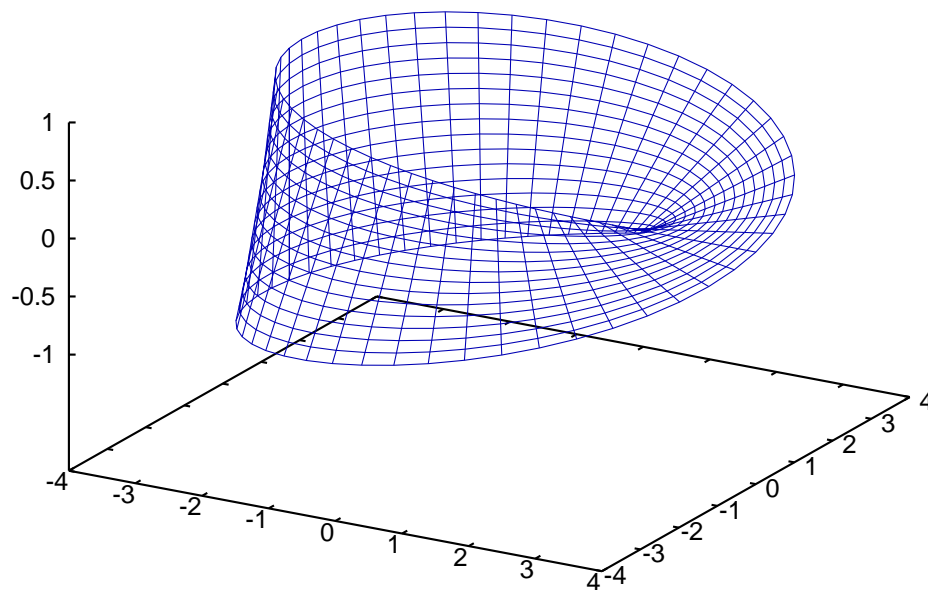
```
plot2d ([gamma(x), 1/gamma(x)], [x, -4.5, 5], [y, -10, 10]);
```



Ejemplo de gráfico 3-dimensional

```
plot3d ([cos(x)*(3 + y*cos(x/2)), sin(x)*(3 + y*cos(x/2)),  
        y*sin(x/2)], [x, -%pi, %pi], [y, -1, 1], ['grid, 50, 15]);
```

Function —



Números

Números enteros. Precisión no fija. Computación rápida con funciones especializadas GMP

```
(%i1) 2^100;
(%o1)          1267650600228229401496703205376
(%i2) 100!;
(%o2) 9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859\
2963895217599993229915608941463976156518286253697920827223758251\
18521091686400000000000000000000
(%i3) is (100! > 2^100);
(%o3)          true
(%i4) primep (2^100 + 1);
(%o4)          false
(%i5) ifactors (2^100 + 1);
(%o5) [[17, 1], [401, 1], [61681, 1], [340801, 1], [2787601, 1],
[3173389601, 1]]
```

Números racionales. Raciones de números enteros

(%i1) 1/4 - 1/5;

(%o1)
$$\frac{1}{20}$$

(%i2) 2¹⁰⁰ / 100!;

(%o2) 8/58897122236768765137162784634680788828847238288331257425\
3249804256440585603406374176100610302040933304083276457607746124\
267578125

(%i3) 17 * 2¹⁰⁰ / 100! - 29 * 2¹⁰¹ / 101!;

(%o3) 8/35856596419009314519912243810143216827688794859080512356\
5872394393613617516238961975805675952417928051310493804812431335\
44921875

Números de coma flotante y precisión fija (IEEE 754). Máxima usa solamente la precisión doble (64 bits)

```
(%i1) 0.25 - 1/5;  
(%o1) .049999999999999999  
(%i2) float (1/4 - 1/5);  
(%o2) 0.05  
(%i3) sin (1);  
(%o3) sin(1)  
(%i4) sin (1.0);  
(%o4) .8414709848078965
```

Números de coma flotante y precisión no fija (“bigfloat”)

```
(%i1) fpprec : 50;  
(%o1) 50  
(%i2) fpprintprec : 50;  
(%o2) 50  
(%i3) bfloat (%pi);  
(%o3) 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751b0  
(%i4) sin (1b0);  
(%o4) 8.4147098480789650665250232163029899962256306079837b-1
```

Números complejos. Máxima no reconoce como tipo distinto, sino como expresión de forma $a + b \times i$

```
(%i1) c : a + b * %i;
(%o1)                                     %i b + a
(%i2) realpart (c);
(%o2)                                     a
(%i3) imagpart (c);
(%o3)                                     b
(%i4) exp (c);
(%o4)                                     %i b + a
(%i5) demoivre (exp (c));
(%o5)                                     a
(%o5)                                     %e (%i sin(b) + cos(b))
```

Polinomios

```
(%i1) P : (x - 1) * (x - 2) * (x + 3);
(%o1)          (x - 2) (x - 1) (x + 3)
(%i2) Q : expand (P);
(%o2)          3
              x  - 7 x + 6
(%i3) factor (Q);
(%o3)          (x - 2) (x - 1) (x + 3)
(%i4) solve (Q = 0, x);
(%o4)          [x = 1, x = 2, x = - 3]
(%i5) subst (first (%), Q);
(%o5)          0
```

(%i6) solve (Q = 1, x);

$$\begin{aligned}
 & \qquad \qquad \qquad - 3/2 \\
 & \qquad \text{sqrt}(3) \%i \quad 1 \quad 3 \qquad \text{sqrt}(697) \%i \quad 5 \quad 1/3 \\
 (%o6) [x = & \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right) \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right) \\
 & \qquad \text{sqrt}(3) \%i \quad 1 \\
 & \qquad 7 \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right) \\
 & + \frac{\qquad \qquad \qquad}{\qquad \qquad \qquad}, x = \\
 & \qquad - 3/2 \\
 & \qquad 3 \qquad \text{sqrt}(697) \%i \quad 5 \quad 1/3 \\
 & 3 \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right) \\
 & \qquad \qquad \qquad - 3/2 \\
 & \text{sqrt}(3) \%i \quad 1 \quad 3 \qquad \text{sqrt}(697) \%i \quad 5 \quad 1/3 \\
 & \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right) \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right) \\
 & \qquad \text{sqrt}(3) \%i \quad 1 \\
 & \qquad 7 \left(- \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} - \frac{\qquad \qquad \qquad}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ \frac{-\frac{3}{2} + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{697}i - 5}{2} - \frac{1}{3}}}{2} , x = \\
 &\frac{-\frac{3}{2} + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{697}i - 5}{2} - \frac{1}{3}}}{2} \\
 &\frac{-\frac{3}{2} + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{697}i - 5}{2} - \frac{1}{3}}}{2} + \frac{7}{2} \\
 &+ \frac{-\frac{3}{2} + \sqrt[3]{\frac{\sqrt{697}i - 5}{2} - \frac{1}{3}}}{2}
 \end{aligned}$$

(%i7) allroots (Q - 1);

(%o7) [x = .7828156786641545, x = 2.166012679457936,

x = - 2.948828358122091]

Funciones matemáticas

Máxima tiene una gran colección de funciones básicas. Se muestran algunos debajo. También tiene paquetes de polinómios ortogonales y funciones hipergeométricas y muchas otras funciones.

```
(%i1) sin (u);
```

```
(%o1) sin(u)
```

```
(%i2) sin (%pi * u - v / w);
```

```
(%o2) - sin(-  $\frac{v}{w}$  - %pi u)
```

```
(%i3) sin (0);
```

```
(%o3) 0
```

```
(%i4) sin (%pi);
```

```
(%o4) 0
```

```
(%i5) sin (1);
```

```
(%o5) sin(1)
```

```
(%i6) sin (1/2);
```

```
(%o6)          1  
             sin(-  
             2
```

```
(%i7) sin (0.5);
```

```
(%o7)          0.479425538604203
```

```
(%i8) sin (1) + cos (1);
```

```
(%o8)          sin(1) + cos(1)
```

```
(%i9) ''%, numer;
```

```
(%o9)          1.381773290676036
```

Unos ejemplos de gráficos que se pueden hacer.

```
plot2d ([sin, cos, tan], [x, -0.5, 7], [y, -3, 3]);
```

```
plot2d ([sinh, cosh, tanh], [x, -2, 2], [y, -10, 10]);
```

```
plot2d ([bessel_j (0, x), bessel_j (1, x)], [x, -0.5, 10], [y, -3, 3]);
```

Listas, conjuntos, y matrices

map, apply

```
(%i1) L : [1, 1, 2, 2, a, a, b, b];
(%o1)          [1, 1, 2, 2, a, a, b, b]
(%i2) length (L);
(%o2)          8
(%i3) first (L);
(%o3)          1
(%i4) last (L);
(%o4)          b
(%i5) [length (L), first (L), last (L)];
(%o5)          [8, 1, b]
(%i6) makelist (sin (i), i, 1, 5);
(%o6)          [sin(1), sin(2), sin(3), sin(4), sin(5)]
```

```
(%i1) L : [a, b, x, 0, 1, 2];
(%o1) [a, b, x, 0, 1, 2]
(%i2) map (F, L);
(%o2) [F(a), F(b), F(x), F(0), F(1), F(2)]
(%i3) map (sin, L);
(%o3) [sin(a), sin(b), sin(x), 0, sin(1), sin(2)]
(%i4) map (lambda ([e], e + 1), L);
(%o4) [a + 1, b + 1, x + 1, 1, 2, 3]
(%i5) apply (concat, L);
(%o5) abx012
(%i6) apply (max, L);
(%o6) max(x, b, a, 2)
```

```

(%i1) C : {1, 1, 2, 2, a, a, b, b};
(%o1)          {1, 2, a, b}
(%i2) cardinality (C);
(%o2)          4
(%i3) subsetp ({1, 2, a}, C);
(%o3)          true
(%i4) powerset (C);
(%o4) {{}, {1}, {1, 2}, {1, 2, a}, {1, 2, a, b}, {1, 2, b},
{1, a}, {1, a, b}, {1, b}, {2}, {2, a}, {2, a, b}, {2, b}, {a},
{a, b}, {b}}
(%i5) permutations (C);
(%o5) {[1, 2, a, b], [1, 2, b, a], [1, a, 2, b], [1, a, b, 2],
[1, b, 2, a], [1, b, a, 2], [2, 1, a, b], [2, 1, b, a],
[2, a, 1, b], [2, a, b, 1], [2, b, 1, a], [2, b, a, 1],
[a, 1, 2, b], [a, 1, b, 2], [a, 2, 1, b], [a, 2, b, 1],
[a, b, 1, 2], [a, b, 2, 1], [b, 1, 2, a], [b, 1, a, 2],
[b, 2, 1, a], [b, 2, a, 1], [b, a, 1, 2], [b, a, 2, 1]}

```

```
(%i1) M : matrix ([3, -1/5], [-1/5, %pi]);
```

```
      [      1 ]  
      [ 3  - - ]  
      [      5 ]  
(%o1) [      ]  
      [ 1      ]  
      [ - - %pi ]  
      [ 5      ]
```

```
(%i2) transpose (M);
```

```
      [      1 ]  
      [ 3  - - ]  
      [      5 ]  
(%o2) [      ]  
      [ 1      ]  
      [ - - %pi ]  
      [ 5      ]
```

```
(%i3) N : transpose (M) . M;
```

```
      [ 226      %pi  3 ]  
      [ ---  - --- - - ]  
      [ 25      5  5 ]
```

$$\begin{aligned}
 (\%o3) \quad & \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & \pi & 3 & 2 & 1 \\ & -\frac{\pi}{5} & -\frac{\pi}{5} & \pi & +\frac{\pi}{25} \\ & 5 & 5 & & 25 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

(%i4) invert (N);

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{cccc} & & 2 & 1 \\ & & \pi & +\frac{\pi}{25} \\ & & & 25 \\ \hline & & 2 & 1 \\ 226 & (\pi + \frac{\pi}{25}) & & \\ & & \pi & 3 & \pi & 3 \\ \hline & 25 & & -\frac{\pi}{5} & -\frac{\pi}{5} & (\frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5}) \\ & & & 5 & 5 & 5 & 5 \end{array} \right] \\
 (\%o4) \quad \text{Col 1} = & \left[\begin{array}{cccc} & & & \\ & & \pi & 3 \\ & & \frac{\pi}{5} & +\frac{\pi}{5} \\ & & 5 & 5 \\ \hline & & 2 & 1 \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{226 (\pi + \dots)}{25} + \left(-\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{5} \right) \left(\frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right) \right] \\
 & \left[\frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right] \\
 & \left[\frac{226 (\pi + \dots)}{25} + \left(-\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{5} \right) \left(\frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right) \right] \\
 & \left[\frac{226}{25} \left(\frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right) \right] \\
 & \left[\frac{226 (\pi + \dots)}{25} + \left(-\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{5} \right) \left(\frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Col 2 =


```

[          25          5  5  5  5  ]
(%i5) ratsimp (N);
[  226      %pi + 3  ]
[  ---      - ----  ]
[  25          5      ]
(%o5) [          ]
[          2          ]
[  %pi + 3  25 %pi + 1  ]
[ - ----  - ----  ]
[    5          25      ]
(%i6) vcm : eigenvalues (M);
          2
sqrt(25 %pi  - 150 %pi + 229) - 5 %pi - 15
(%o6) [[- ----,
          10
          2
sqrt(25 %pi  - 150 %pi + 229) + 5 %pi + 15
-----], [1, 1]]
          10
(%i7) vcn : eigenvalues (N);

```

(%o7)

$$\left[\frac{(5\pi + 15) \sqrt{25\pi^2 - 150\pi + 229} - 25\pi^2 - 227}{50}, \frac{(5\pi + 15) \sqrt{25\pi^2 - 150\pi + 229} + 25\pi^2 + 227}{50} \right],$$

[1, 1]]

(%i8) vcm, numer;

(%o8) [[2.858635727513009, 3.282956926076785], [1, 1]]

(%i9) vcm^2, numer;

(%o9) [[8.171798222613827, 10.77780617847553], [1, 1]]

(%i10) vcn, numer;

(%o10) [[8.171798222613827, 10.77780617847553], [1, 1]]

Integrales simbólicos

Máxima tiene una implementación del algoritmo Risch y otros para integrales simbólicos

```
(%i1) I : exp(x) * sin(2 * x) * cos(3 * x);
```

```
(%o1)          x
              %e sin(2 x) cos(3 x)
```

```
(%i2) integrate (I, x);
```

```
(%o2)          x          x
              %e (sin(5 x) - 5 cos(5 x)) %e (sin(x) - cos(x))
----- - -----
```

```
(%i3) integrate (I, x, 0, 1);
```

```
(%o3)          52          4          2
              %e sin(5) 5 %e cos(5) %e sin(1) %e cos(1)
----- - ----- + ----- - -----
              52          52          4          4          13
```

Integrales numéricos

También podemos realizar aproximaciones numéricas por funciones de QUADPACK (originalmente de Fortran)

```
(%i1) I : exp(x) * sin(2 * x) * cos(3 * x);
```

```
(%o1)          x  
          %e sin(2 x) cos(3 x)
```

```
(%i2) quad_qags (I, x, 0, 1);
```

```
(%o2) [- .4827806301140743, 8.870075205972286E-15, 21, 0]
```

```
(%i3) ''(integrate (I, x, 0, 1)), numer;
```

```
(%o3) - .4827806201250382
```

Ecuaciones diferenciales

ode2 para resolver una ecuación diferencial

ic1 y **ic2** para problemas de valores inicial

bc2 para problemas de valores de frontera

```
(%i1) x^2 * 'diff(y, x) + 3 * y * x = sin(x)/x;
```

```
(%o1)          2 dy          sin(x)
          x  -- + 3 x y = -----
          dx          x
```

```
(%i2) ode2 (% , y, x);
```

```
(%o2)          %c - cos(x)
          y = -----
          3
          x
```

```
(%i3) ic1 (% , x = %pi, y = 0);
```

```
(%o3)          cos(x) + 1
          y = - -----
          3
          x
```

```
(%i1) 'diff(y, x, 2) + y * 'diff(y, x)^3 = 0;
```

```
(%o1)          2
              d y      dy 3
              --- + y (---) = 0
              2        dx
```

```
(%i2) soln : ode2 (%, y, x);
```

```
(%o2)          3
              y  + 6 %k1 y
              ----- = x + %k2
              6
```

```
(%i1) 'diff(y, x, 2) + y * 'diff(y, x)^3 = 0;
```

```
(%o1) 
$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = 0$$

```

```
(%i2) soln : ode2 (%, y, x);
```

```
(%o2) 
$$\frac{y^3 + 6 \%k1 y}{6} = x + \%k2$$

```

```
(%i3) ratsimp (ic2 (soln, x = 0, y = 0,  
    'diff(y, x) = 2));
```

```
(%o3) 
$$-\frac{2 y^3 - 3 y}{6} = x$$

```



```
(%i4) bc2 (soln, x = 0, y = 1, x = 1, y = 3);
```

```
(%o4)      3  
          y  - 10 y      3  
----- = x - -  
          6              2
```

Álgebra lineal

Por lo largo de la historia de Máxima, habían sido varios paquetes de funciones de álgebra lineal

Lo más reciente se llama **linearalgebra**, que tiene funciones de LU descomposición, computación del espacio nulo y su complemento, y otros

```
(%i1) M : matrix ([a, 1], [2, b]);
```

```
(%o1)          [ a  1 ]  
              [      ]  
              [ 2  b ]
```

```
(%i2) load (linearalgebra);
```

```
(%o2)  /usr/share/maxima/5.10.0/share/linearalgebra/linearalgebra.mac
```

```

(%i3) LU : lu_factor (M);
          [ a   1   ]
          [         ]
(%o3)     [[ 2     2 ], [1, 2], generalring]
          [ -  b - - ]
          [ a     a ]

(%i4) get_lu_factors (LU);
          [ 1  0 ] [ a   1   ]
          [ 1  0 ] [         ]
(%o4)     [[         ], [ 2     ], [         2 ]]
          [ 0  1 ] [ -  1 ] [ 0  b - - ]
          [ a   ] [         a ]

(%i5) lu_backsub (LU, matrix ([3], [4]));
          [         6 ]
          [         4 - - ]
          [         a ]
          [ 3 - - - - - ]
          [         2 ]
          [         b - - ]
          [         a ]

```

(%o5)

$$\begin{bmatrix} \frac{a^6}{4} \\ a \\ \frac{a^2}{b} \\ a \end{bmatrix}$$

(%i6) ratsimp (%);

(%o6)

$$\begin{bmatrix} 3b - 4 \\ \frac{a^6}{4} \\ ab - 2 \\ 4a - 6 \\ \frac{a^2}{b} \\ ab - 2 \end{bmatrix}$$

```
(%i2) M2 : matrix ([x, - 1/2], [1/3, y]);
          [      1 ]
          [ x  - - ]
          [      2 ]
(%o2)     [      ]
          [ 1      ]
          [ -   y ]
          [ 3      ]
```

```
(%i3) nullspace (M2);
```

```
Proviso:  {x # 0, y +  $\frac{1}{6x}$  # 0}
```

```
(%o3)     span()
```

```
(%i4) M3 : matrix ([x, - 1/2], [- 2 * x, 1]);
```

```
[          1 ]
```

```
[   x      - - ]
```

```
(%o4)
```

```
[          2 ]
```

```
[          ]
```

```
[ - 2 x    1 ]
```

```
(%i5) nullspace (M3);
```

```
Proviso: {x # 0}
```

```
[ 1 ]
```

```
(%o5)
```

```
span([      ])
```

```
[ 2 x ]
```

```
(%i6) columnspace (M3);
```

```
Proviso: {x # 0}
```

```
[   x ]
```

```
(%o6)
```

```
span([      ])
```

```
[ - 2 x ]
```

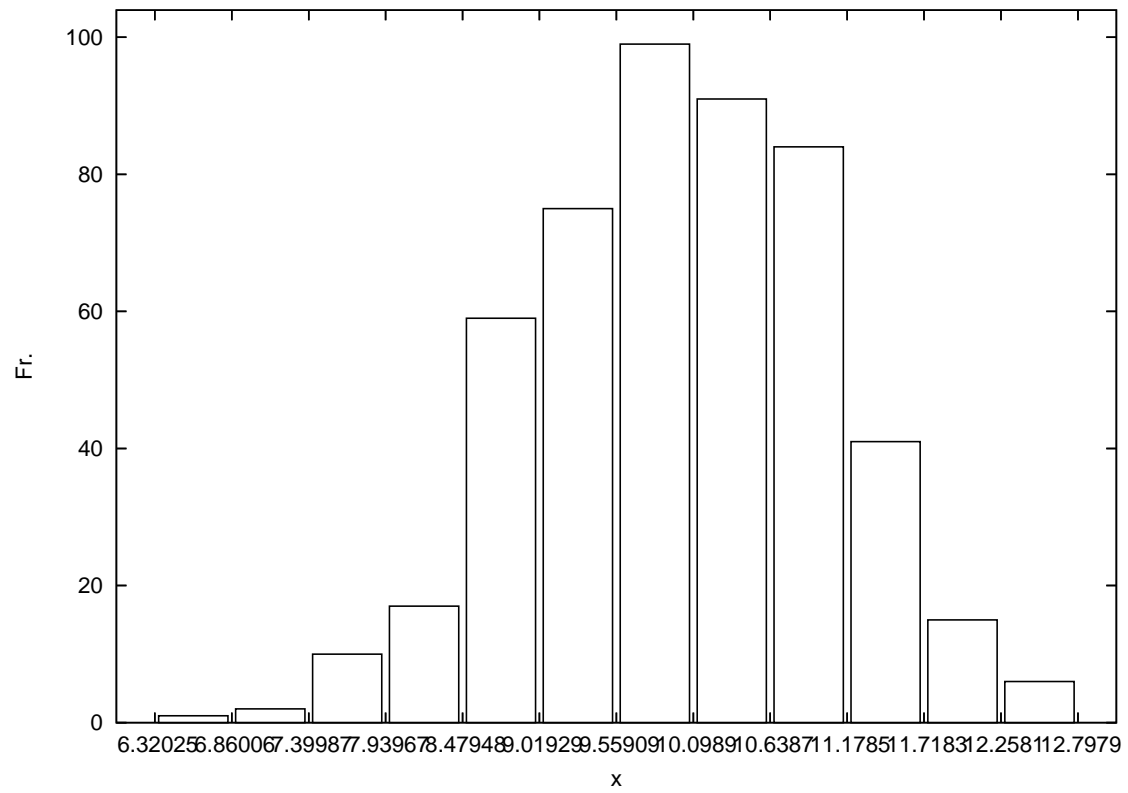
Estadística y tratamiento de datos

Para funciones de probabilidad y estadística, paquetes adicionales **distrib** y **descriptive**

```
(%i1) load (descriptive);
(%o1) /usr/share/maxima/5.10.0/share/contrib/descriptive/descriptive.mac
(%i2) X : [1.1, 2.2, 3.3, 4.4, 5.5, 6.6, 7.7];
(%o2)          [1.1, 2.2, 3.3, 4.4, 5.5, 6.6, 7.7]
(%i3) mean (X);
(%o3)          4.4
(%i4) std (X);
(%o4)          2.2
(%i5) load (distrib);
(%o5)          /usr/share/maxima/5.10.0/share/contrib/distrib/distrib.mac
(%i6) quantile_normal (0.95, mean(X), std(X));
(%o6)          8.018677979293237
```

Gráficas estadísticas. Ejemplo: histograma de ejemplares de una distribución normal

```
(%i1) load (descriptive);  
(%o1) /usr/share/maxima/5.10.0/share/contrib/descriptive/descriptive.mac  
(%i2) load (distrib);  
(%o2) /usr/share/maxima/5.10.0/share/contrib/distrib/distrib.mac  
(%i3) X : random_normal (10, 1, 100)$  
(%i4) histogram (X, nclasses = 12);  
(%o4) 0
```

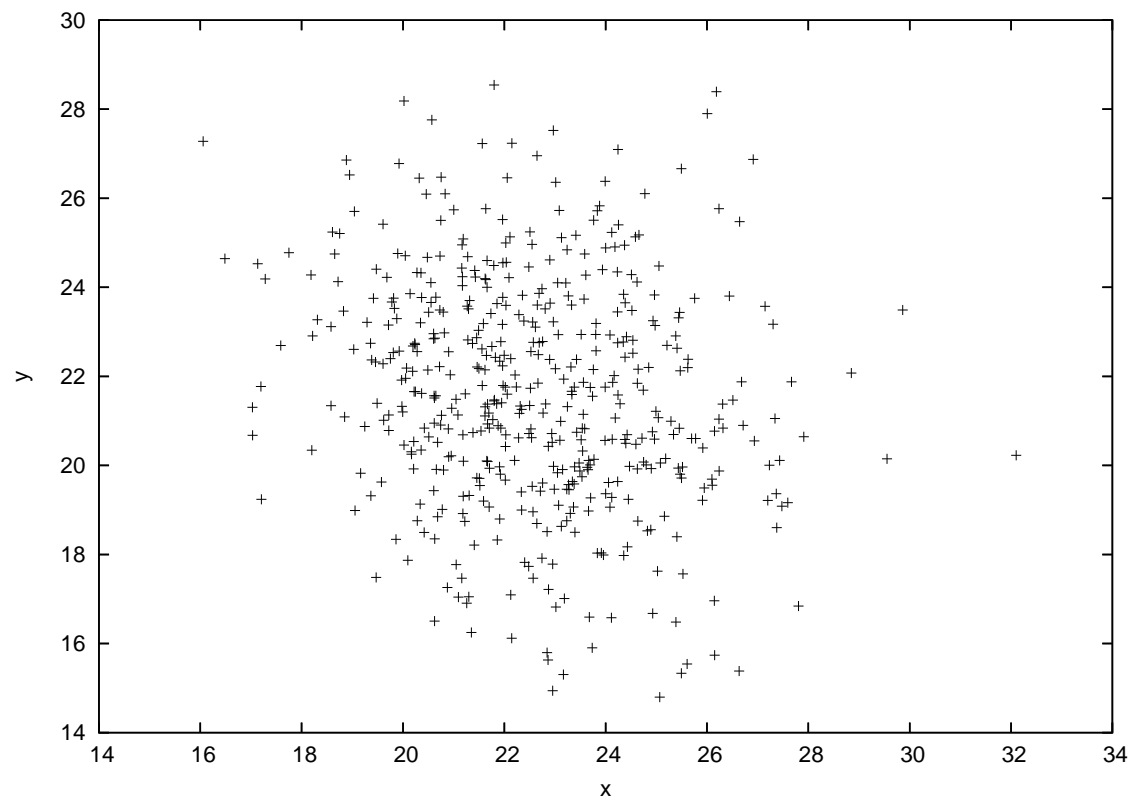



A continuación. Un diagrama de dispersión de ejemplares de una distribución normal bidimensional

```
(%i5) Y : random_normal (10, 1, 100)$
(%i6) S : matrix ([5, - 1], [- 1, 7]);
                                     [ 5   - 1 ]
(%o6)                                     [       ]
                                     [ - 1   7 ]

(%i7) load (cholesky);
Warning - you are redefining the Maxima function cholesky
(%o7)      /usr/share/maxima/5.10.0/share/contrib/cholesky.mac
(%i8) L : cholesky (S), numer;
          [ 2.23606797749979          0          ]
(%o8)          [                               ]
          [ - .4472135954999579  2.60768096208106 ]

(%i9) XY : transpose (matrix (X, Y))$
(%i10) dataplot (XY . transpose (L));
(%o10)          0
```



Derivación del estimador de probabilidad máxima

```
(%i1) pdf[i] := exp (- (1/2) * (x[i] - mu)^2 / sigma2)
      / sqrt(sigma2) / sqrt(2 * %pi);
```

$$\frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x_i - \mu)^2}{\sigma^2}\right)}{\sqrt{\sigma^2}}$$

```
(%o1)          pdf := -----
          i          sqrt(2 %pi)
```

```
(%i2) logexpand : all;
```

```
(%o2)          all
```

```
(%i3) declare (sum, linear);
```

```
(%o3)          done
```

```
(%i4) FPL : sum (log (pdf[i]), i, 1, n);
```

$$\begin{array}{c} n \\ \text{====} \\ \backslash \\ > \quad (x \quad - \quad \text{mu})^2 \\ / \quad \quad i \\ \text{====} \end{array}$$

```
(%o4) - ----- - ----- - ----- - -----
```

$$\frac{n \log(\text{sigma}2)}{2} - \frac{i = 1}{2 \text{ sigma}2} - \frac{\log(\%pi) n}{2} - \frac{\log(2) n}{2}$$

```
(%i5) dmdu : diff (FPL, mu);
```

$$\begin{array}{c} n \\ \text{====} \\ \backslash \\ > \quad x \quad - \quad \text{mu} \quad n \\ / \quad \quad i \\ \text{====} \\ i = 1 \end{array}$$

```
(%o5)
```

$$\text{-----}$$
$$\text{sigma}2$$

```
(%i6) dsigma2 : diff (FPL, sigma2);
```

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2 \sigma^2} - \frac{n}{2 \sigma^2}$$

```
(%o6)
```

```
(%i7) solve (dmu = 0, mu);
```

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

```
(%o7) [mu = -----]
```

```
(%i8) solve (dsigma2 = 0, sigma2);
```

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}$$

```
(%o8) [sigma2 = -----]
```